2.35) a) $y_1 = e^t$, $y_2 = e^{2t}$

Un y cualquiera es sol. del homogéneo si es LD con estas dos funciones, $\rightarrow$ $W(y_1, y_2, y)(x) = 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

$$W = \begin{vmatrix} e^t & e^{2t} & y \\ e^t & 2e^{2t} & y' \\ e^t & 4e^{2t} & y'' \end{vmatrix} = y \cdot 2e^{3t} - y' \cdot 3e^{3t} + y'' \cdot e^{3t} = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2y - 3y' + y'' = 0 \rightarrow \boxed{y'' - 3y' + 2y = 0}$$

b) $y_1 = t.e^t$, 1 debe ser raíz doble, entonces:

$(r-1)^2 = 0 \to r^2 - 2r + 1 = 0$, en términos de y:

$$\boxed{y'' - 2y' + y = 0}$$

c) $y_1 = t^2 e^{2t}$, 2 debe ser raíz triple, entonces:

$(r-2)^3 = 0 \to (r-2)^2 (r-2) = 0 \to (r^2 - 4r + 4).(r-2) = 0 \to$

$\to r^3 - 4r^2 + 4r - 2r^2 + 8r - 8 = 0 \to r^3 - 6r^2 + 12r - 8 = 0$, en términos de y:

$$\to \boxed{y''' - 6y'' + 12y' - 8y = 0}$$

d) $y_1 = te^{4t}\operatorname{sen}(t)$, $4+i$ y $4-i$ deben ser raíces dobles:

$$(r - (4+i))^2 . (r - (4-i))^2 = 0$$

$$\to \left(r^2 - 2r(4+i) + (4+i)^2\right) . \left(r^2 - 2r(4-i) + (4-i)^2\right) = 0$$

$$\to (r^2 - 8r + 2ri + 15 + 8i) . (r^2 - 8r + 2ri + 15 - 8i) = 0$$

CUENTAS...

$$\to r^4 - 16r^3 + 98r^2 - 272r + 289 = 0$$

$$\to \boxed{y^4 - 16y''' + 98y'' - 272y' + 289y = 0}$$

e) $\underbrace{y_1 = t}$, $\underbrace{y_2 = \cos(3t)}_{r_3 = 3i,\ r_4 = -3i}$, $\underbrace{y_3 = e^{-t}}_{r_5 = -1}$

$\downarrow$

0 raíz doble

$r_1 = 0, r_2 = 0$

$\to r^2 . (r + 3i) . (r - 3i) . (r + 1) = 0$

$\to (r^3 + 3ir^2) . (r - 3i) . (r + 1) = 0 \to (r^4 \cancel{- 3r^3 i} \cancel{+ 3r^3 i} - 9r^2 i^2) . (r + 1) = 0 \to$

$\to r^5 + r^4 - 9r^3 i^2 - 9r^2 i^2 = r^5 + r^4 + 9r^3 + 9r^2 \to \boxed{y^5 + y^4 + 9y''' + 9y'' = 0}$